Esercitazione n° 4 – Analisi spettrale

Calcolare e visualizzare l'FFT di un segnale

La funzione:

```
fft(x)
```

di MATLAB calcola la DFT del vettore x utilizzando l'algoritmo fft. Restituisce un vettore che ha la stessa lunghezza del vettore d'ingresso x. Poiché l'algoritmo fft opera su un numero di punti che è una potenza di due, se la dimensione di x non è una potenza di 2, la funzione MATLAB automaticamente aggiunge zeri fino alla potenza di 2 più vicina, poi calcola la fft e infine decima per riportare il risultato alle stesse dimensioni di x.
La sintassi:

```
fft(x,N)
```

calcola la FFT su N punti, aggiungendo zeri se x ha meno di N punti, e troncando se ne ha di più.

Esempio:

```
t=0:(0.2e-3):63*0.2e-3;        % vettore dei tempi
x=4*cos(2*pi*1000*t);          % generazione del segnale x dato
X=abs(fft(x));                 % calcolo dell'FFT su 256 punti
f=linspace(0,1/0.2e-3,256);    % vettore delle frequenze
plot(f,X);
xlabel('Frequenza [Hz]');
ylabel('Ampiezza');
```

Risoluzione in frequenza

1) Provare a modificare la frequenza di campionamento e il numero di punti nell'intervallo di osservazione. Quanto vale la risoluzione in frequenza?

Uso delle finestre

2) Visualizzare la DFT su 256 punti di un segnale costituito da 2 sinusoidi rispettivamente a 1000 e 1500 Hz di ampiezza 4 e 1.5 V. (Toss = 12.8 ms, fs = 5 kHz).

3) Per limitare la dispersione spettrale si può sagomare il vettore contenente il segnale moltiplicandolo elemento per elemento con una funzione finestra.
   Utilizzare una finestra di Hanning che ha la seguente espressione:

$$\omega[k+1] = 0.5 - 0.5\cos\left(2\pi\frac{k}{n-1}\right) \qquad k = 0, \ldots, n - 1$$

   Visualizzare anche l'andamento nel tempo e in frequenza della finestra.

Verifica – Calcolare la FFT dello stesso segnale utilizzando differenti finestre e di differente lunghezza. Di seguito sono indicate le espressioni delle finestre maggiormente utilizzate. Visualizzare, inoltre, l'andamento di ciascuna finestra nel dominio del tempo e della frequenza.

Finestra di Blackman:

$$w[k+1] = 0.42 - 0.5\cos\left(2\pi\frac{k}{n-1}\right) + 0.08\cos\left(4\pi\frac{k}{n-1}\right), \quad k = 0, \ldots, n-1$$

Finestra di Bartlett:

n dispari: $$w[k+1] = \begin{cases} \dfrac{2k}{n-1}, & 0 \le k \le \dfrac{n-1}{2} \\ 2 - \dfrac{2(k)}{n-1}, & \dfrac{n-1}{2} \le k \le n-1 \end{cases}$$

n pari: $$w[k+1] = \begin{cases} \dfrac{2(k)}{n-1}, & 0 \le k \le \dfrac{n}{2} - 1 \\ \dfrac{2(n-k-1)}{n-1}, & \dfrac{n}{2} \le k \le n-1 \end{cases}$$

Finestra di Hamming: $$w[k+1] = 0.54 - 0.46\cos\left(2\pi\frac{k}{n-1}\right), \quad k = 0, \ldots, n-1$$

Scelta della finestra

4) Visualizzare la DFT di un segnale costituito da due sinusoidi utilizzando una finestra rettangolare o quella di hanning. Far variare la frequenza di una delle due avvicinandole finché è possibile riconoscere i due picchi separati.

5) Visualizzare la DFT di un segnale costituito da due sinusoidi utilizzando una finestra rettangolare o quella di hanning. Diminuire l'ampiezza di una delle due finché è possibile riconoscere i due picchi separati.

Soluzioni

1) La risoluzione in frequenza vale fs/N, dove fs è la frequenza di campionamento e N il numero di punti nell'intervallo di osservazione. La risoluzione diminuisce se diminuisce la frequenza di campionamento (al contrario che nell'analisi nel dominio del tempo!) o se cresce il numero di punti nell'intervallo di osservazione.

2)
```
t=0:(0.2e-3):63*0.2e-3;      % vettore dei tempi
s1=4*cos(2*pi*1000*t+0.2*pi); % generazione del segnale x dato
s2=1.5*cos(2*pi*1500*t);      % dalla somma di due sinusoidi
x=s1+s2;
X=abs(fft(x,256));            % calcolo dell'FFT su 256 punti
f=linspace(0,1/0.2e-3,256);   % vettore delle frequenze
plot(f,X);
xlabel('Frequenza [Hz]');
ylabel('Ampiezza');
```

3)
```
t=0:(0.2e-3):255*0.2e-3;       % vettore dei tempi
s1=4*cos(2*pi*1000*t+0.2*pi);  % generazione di un segnale x
s2=1.5*cos(2*pi*1500*t);       % dato dalla somma di due
x=s1+s2;                       % sinusoidi
figure;
n=0:63;
w=0.5-0.5*cos(2*pi*n/63);      % finestra di Hanning
wv=[w zeros(1,length(t)-64)];
subplot(1,2,1);
plot(w);
axis([1 64 0 1]);
xlabel('Campioni');
ylabel('Ampiezza');
title('Finestra di Hanning - tempo')
fn=linspace(0,pi,128);
W=abs(fft(w,256));
subplot(1,2,2);
plot(fn,20*log10(W(1:128)));
axis([0 pi -120 40]);
xlabel('Frequenza discreta [rad]');
ylabel('Ampiezza [dB]');
title('Finestra di Hanning - frequenza')
xf=x.*wv;
X=abs(fft(xf));                % calcolo dell'FFT su 256 punti
f=linspace(0,1/0.2e-3,256);    % vettore delle frequenze
figure;
plot(f,X);
xlabel('Frequenza [Hz]');
ylabel('Ampiezza');
```

4) La risoluzione in frequenza è determinata dalla larghezza del lobo centrale della finestra. Finestre che hanno un lobo centrale stretto, hanno una migliore risoluzione in frequenza.

5) La risoluzione in ampiezza è determinata dall'ampiezza dei lobi laterali della finestra. Finestre che hanno lobi laterali bassi, hanno una migliore risoluzione in ampiezza.